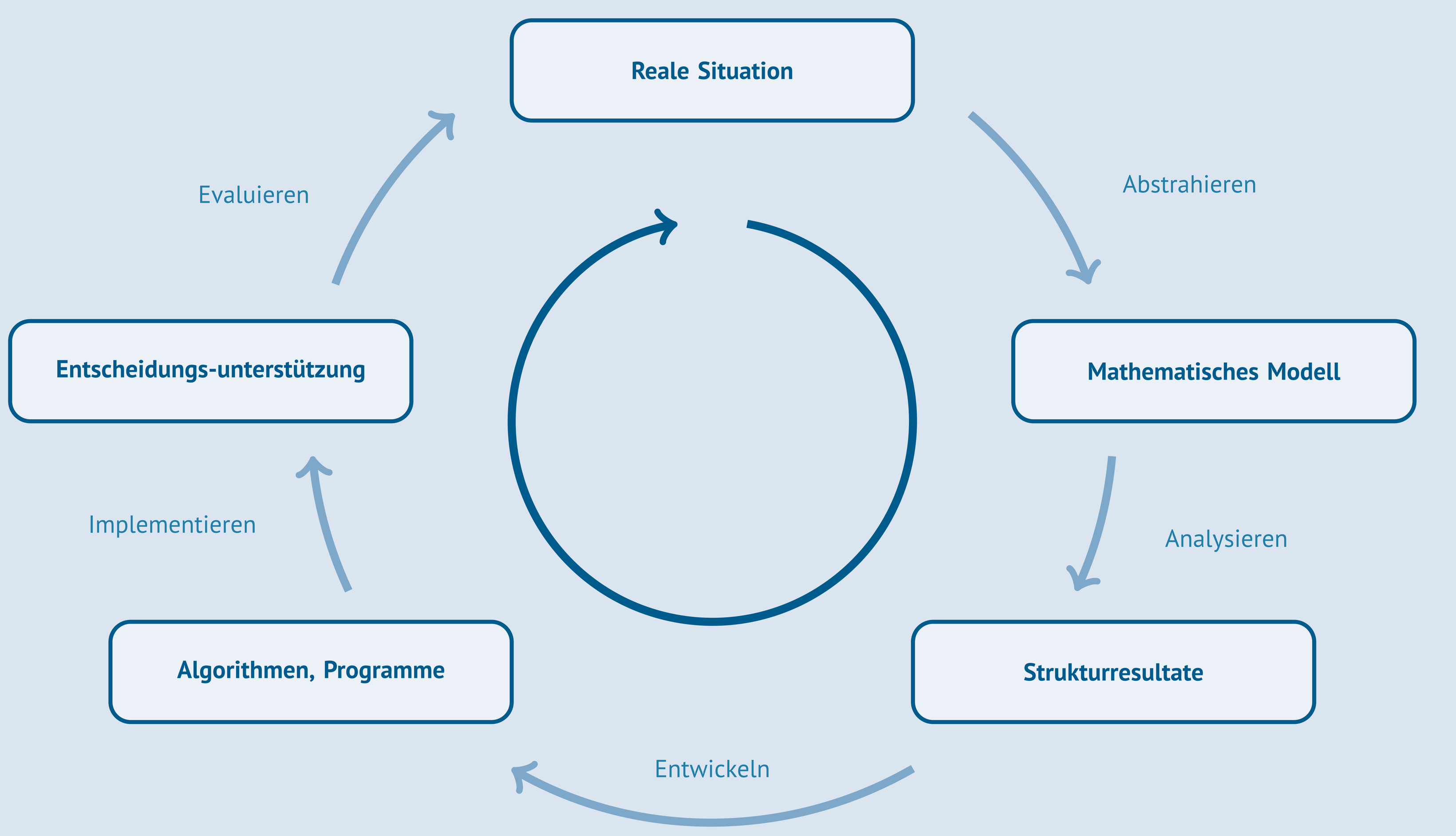
Mathematische Optimierung im Projekt Ageing Smart

Nicolas Fröhlich, Nils Hausbrandt, Stefan Ruzika
AG Optimierung, Fachbereich Mathematik, TU Kaiserslautern

Mathematische Optimierung

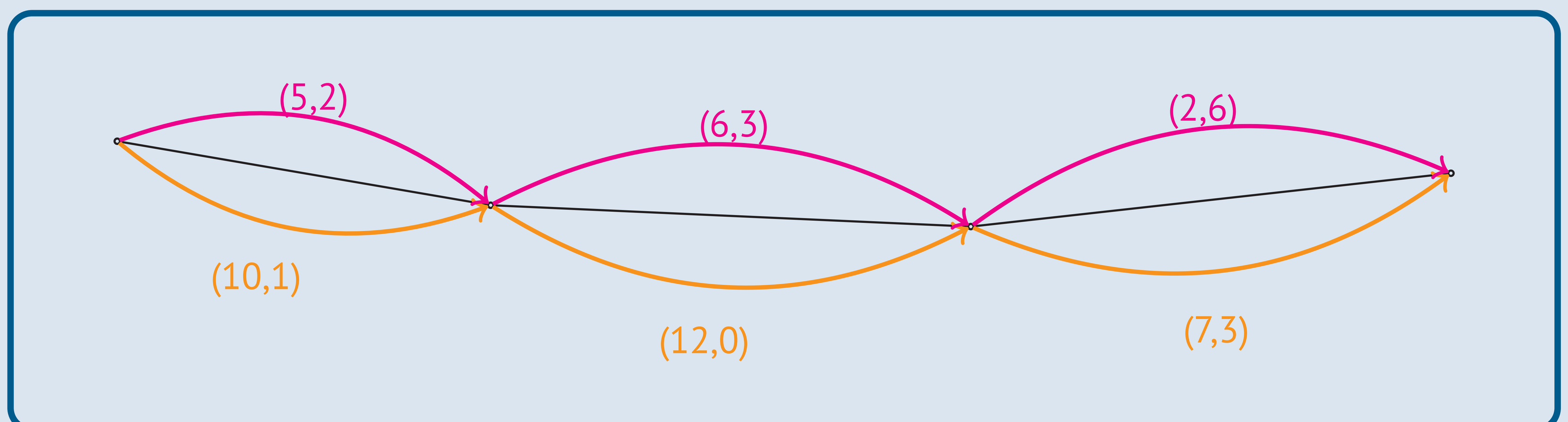
Beschreibt das algorithmische Finden bester zulässiger Lösungen



Multikriterielle Entscheidungsunterstützung

Herausforderung

Ziel ist es, einen Weg von einem Startort zu einem Zielort zu berechnen, der in zwei, meist gegenläufigen Kriterien möglichst gut ist.



- Beispiel einer Probleminstanz mit drei Kanten
- Es gibt keine Optimallösungen
- Man sucht nach guten Trade-Offs, sog. Pareto-Lösungen

Konzept

Ein Weg heißt Pareto-effizient, wenn es keinen anderen Weg gibt, der in beiden Kriterien mindestens genauso gut ist und in einem echt besser ist.

Input:
Ein Graph $G = (V, E)$, eine zwei-dimensionale Bewertungsfunktion $c\colon E \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{F}$, ein Startknoten $r \in V$, ein Zielknoten $t \in V$

Task:
Finde alle Pareto-effizienten r-t-Wege

Komplexität

- Intractability: Die Anzahl nicht-dominierter Lösungen ist exponentiell in der Eingabegröße
- Das Problem ist bereits für zwei Zielfunktionen NP-schwer

Anwendung

- Optimierung von Wanderwegen: siehe Poster "Human-biometeorologisch angepasste Routenführungen"
- Verkehrsplanung: Berechnung von schnellen und CO_2- armen Routen
- Zugverbindungen: Finden von robusten und schnellen Alternativen

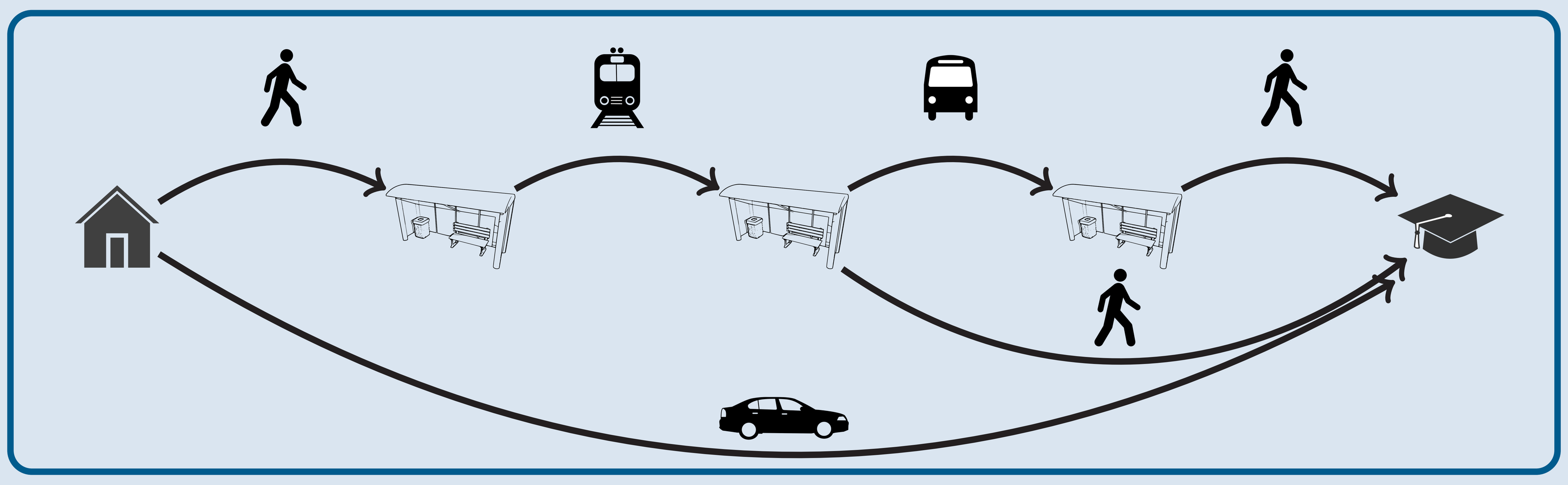
Förderung

Die Forschung findet im Rahmen des Projektes 'Ageing Smart - Räume intelligent gestalten' statt, das durch die Carl-Zeiss-Stiftung gefördert wird.

Intermodales Routing

Herausforderung

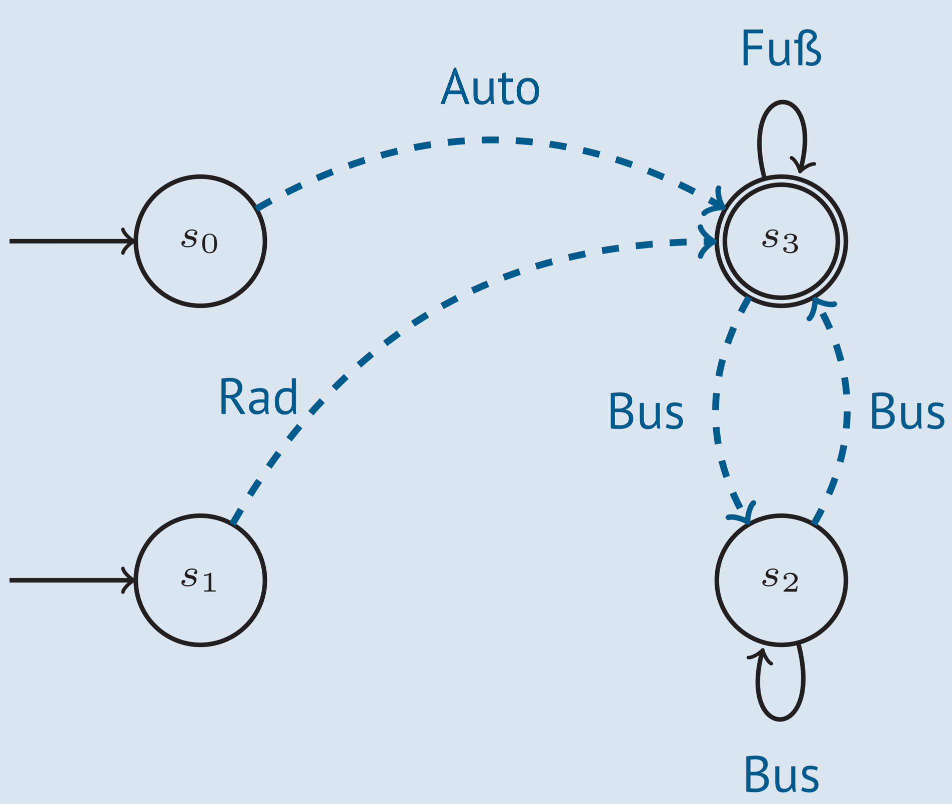
Ziel ist es, unter der Berücksichtigung verschiedener Verkehrsmittel einen kürzesten Weg von einem Startort zu einem Zielort zu berechnen.



- Die Reisedauer ist abhängig vom ÖPNV-Fahrplan
- Nicht jede Verkehrsmittel-Kombination ist zulässig
- Modellierung zulässiger Übergänge mittels Automaten

Konzept

Ein nicht-deterministischer, finiter Automat (NFA) $A = (S, \Sigma, \delta)$ bestehend aus einer endlichen Menge S an Zuständen, einer Menge Σ von vorhandenen Verkehrsmitteln (Alphabet) und einer Übergangsfunktion $\delta : S \times \Sigma \to 2^S$ erzeugt eine formale Sprache $L(A)$ über dem Alphabet Σ.



Input:
Ein gelabelter Graph $G = (V, E, \Sigma)$, eine Kostenfunktion $c\colon E \times \mathbb{R} \to \mathbb{F}$, ein Startknoten $r \in V$, ein Zielknoten $t \in V$, eine Startzeit τ_0, eine reguläre Sprache $L(A)$ über dem Alphabet Σ

Task:
Finde einen r-t-Weg in G mit minimalen zeitabhängigen Kosten $\gamma(P, \tau_0)$ sodass das Wort $l(P)$ ein Element der Sprache $L(A)$ ist

Komplexität

- Lösbar in polynomieller Zeit mit einer Variante des Algorithmus von Dijkstra
- Solange das First-In-First-Out Prinzip gilt

Anwendungen

- Erreichbarkeitsanalyse, siehe Poster "Gesundheitsversorgung und mathematisches Erreichbarkeitsmodell"
- Vergleich und Bewertung verschiedener Standorte
- Navigationssystem

Literatur

- Ehrgott, M. (2005). Multicriteria optimization (Vol. 491). Springer Science & Business Media.
- Kirchler, D. (2013). Efficient routing on multi-modal transportation networks. Data Structures and Algorithms.
- Albert, L. et al. (2022). Human-biometeorologisch angepasste Routenführungen durch mathematische Optimierung. REAL CORP 2022 Proceedings
- Stiewing, M. et al. (2022). "Black Box Babyboomer" – Was kommt auf Kommunen zu? Decision Support System mit Hilfe mathematischer Erreichbarkeitsmodellierung medizinischer Versorgungsstandorte. REAL CORP 2022 Proceedings